Sistemas de Ecuaciones Lineales

Porf. Evelyn Dávila

Un **sistema de ecuaciones** lineales consiste en un conjunto de ecuaciones lineales que se resolverán simultáneamente.

Hallar la **solución de un sistema** consiste en encontrar una solución común a todas las ecuaciones del sistema.. Llamamos a un sistema de orden **m x n** si tiene m ecuaciones y n variables.

Ejemplo 1

$2x - y = 3$

$x + 3y = 2$

Sistema de orden

2 X 2

↑ ↑ variables

ecuaciones

Ejemplo 2

$5x + 3y = 10$

$y = 2x - 5$

$x = y + 3$

¿Cuántas ecuaciones tiene este sistema?_____

¿Cuántas variables? _____

¿Cuál es el orden de este sistema? _______

Sistema 2 X 2

Un sistema 2 X 2 consiste en **dos ecuaciones lineales en dos variables.**

La **solución** de este sistema es todo par ordenado que pertenezca al conjunto solución de ambas ecuaciones.

Utilizaremos uno de los siguientes métodos para resolver un sistema 2X2, éstos son:

método gráfico

sustitución

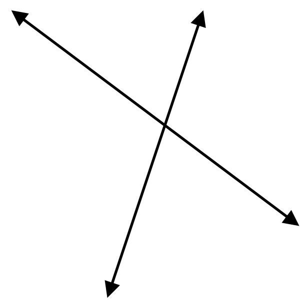
eliminación

A. Método gráfico

La gráfica de cada ecuación de este sistema es una línea por lo tanto un sistema 2 x 2 consta de dos líneas que descansan en un mismo plano.

Resolver este sistema por el **método gráfico** consiste en dibujar ambas líneas en un Plano Cartesiano e identificar cualquier punto en común, es decir un punto de intersección, dado por un par ordenado de la forma (x,y).

<u>Posibles soluciones de un sistema 2x2</u>.

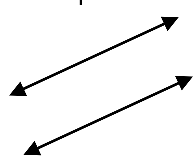


Sistema determinado

* La solución es un par ordenado, es decir existe una solución única.
* El par ordenado es la coordenada del punto de intersección.

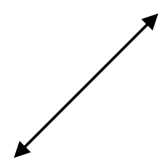
Sistema inconsistente

* Ambas líneas tienen la misma inclinación por lo tanto no hay intersección entre ellas, decimos que son **líneas paralelas.**
* Este sistema no tiene solución.



Sistema dependiente

- Este sistema consta de dos ecuaciones equivalentes por lo que el conjunto solución es un conjunto infinito de la forma { (x,y)| ax + by + c = 0 }



Ejemplos ------> Identifica la solución en la calculadora gráfica.

EJEMPLO 1

$$\begin{Bmatrix} y = 5x + 1 \\ y = 1 - x \end{Bmatrix}$$

EJEMPLO 2

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

EJEMPLO 3

$$\begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = 5 - 2x \end{cases}$$

B. Método de Sustitución

Este método es recomendable cuando al menos una de las dos ecuaciones es dada despejada para una de las variables.

Ejemplo 1

y = 3x - 2 ---> (1) sustituir la expresión

y = 5 - 2x equivalente a la variable despejada.

3x - 2 = 5 - 2x ----> **(2)** al sustituir nos queda una ecuación lineal En una variable

$$3x + 2x = 5 + 2$$

$$5x = 7$$

$$x = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$$

(3) despejar para x

*** Encuentra el valor de y sustituyendo en cualquiera de las ecuaciones del sistema.**

Sustituir el valor de x en cualquiera de las ecuaciones y despejar para y.

y = 3(1.4) – 2

y = 2.2

Solución del sistema es el punto cuya cooerdenada es (1.4 , 2.2)

Ejemplo 2

$$\begin{cases} x = 3y - 10 \\ 2y - x = 8 \end{cases}$$

2y - (3y – 10) = 8

2y - 3y + 10 = 8

-y = 8 – 10

-y = -2

y = 2

¿Ya terminé?

Sustituye el valor encontrado para y en la ecuación

x = 3y – 10.

X = 3(2) – 10

X = -4

Solución al sistema (-4 , 2)

C. Método de Eliminación

Objetivo

- eliminar una de las dos variables al sumar o restar dos de las ecuaciones del sistema.
- los coeficientes de los términos con la le que deseo eliminar deben ser iguales o valores opuestos.

Ejemplo 1 $$\begin{cases} 3x + 3y = 6 \\ 5x - 3y = 10 \end{cases}$$

* Sumar ambas ecuaciones para eliminar la variable y , ya que los coeficientes son números opuestos.

Al sumar obtengo:

8x = 16 -→ despejo para x

x = 2

Sustituyo el valor de x en cualquiera de las ecuaciones del sistema para hallar el valor de y.

3(2) + 3y = 6

6 + 3y = 6

y = 0

La solución del sistema es (2, 0).

Ejemplo 2 $\begin{cases} 10x - y = 20 \\ 10x + 4y = 60 \end{cases}$

* Restar ambas ecuaciones ya que los coeficientes son iguales.

10x - y = 20

-10x - 4y = -60

- 5y = -40 ------→ despejar para y

y = 8

Sustituir el valor encontrado en y

10 x - 8 = 20

10x = 28

x = 2.8

Solución al sistema (2.8 , 8)

Ejemplo 3 $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ -3x + y = 4 \end{cases}$

Los coeficientes no se eliminan al sumar o restar por lo tanto nuestro objetivo será utilizar una de las propiedades de equivalencia de ecuaciones para obtener en ambas ecuaciones el mismo coeficiente.

Procedimiento

Si decido eliminar la variable **x** multiplico la primera ecuación por 3.

3x - 6y = 21

-3x + y = 4

-5y = 25

y = -5

Sustituye el valor de y en cualquiera de las ecuaciones del sistema

X – 2(-5) = 7

X + 10 = 7

X = -3

La solución del sistema es el punto cuya coordenada es (-3, -5).

Ejemplo 4

$$\left\{\begin{array}{c} 3x - 5y = 10 \\ 2x + 4y = 12 \end{array}\right\}$$

Para eliminar la y: multiplico la primera ecuación por 4 y multiplico la segunda ecuación por 5.

Obtenemos

12x - 20y = 40

10x + 20y = 60

Despejo para x

22x = 100

x = 4.55

Sustituye el valor encontrado para x en cualquiera de las ecuaciones.

2(4.55) + 4y = 12

4y = 12 - 9.10

y = .70

Solución al sistema (4.55 , .73)

Sistema m x 2

Un sistema **m x 2** consta de **m** ecuaciones lineales en dos variables.

Ejemplo 1

$$\left\{\begin{array}{c} y = 4x - 1 \\ y = -2x + 5 \\ y = 5x - 2 \end{array}\right\}$$

Ejemplo 2

$$\left\{\begin{array}{c} y = x + 3 \\ y = x - 5 \\ y = 2x + 2 \end{array}\right\}$$